
MAGNETOSTATIK

[P24] Leiterschleife

Wir betrachten eine kreisförmige Leiterschleife für Punkte mit Radius R , die einen stationären Strom I trage und konzentrisch zum Ursprung in der xy -Ebene liege.

- (a) Vorüberlegung: Überlegen Sie, dass das Biot-Savart-Gesetz für linienförmige $\vec{I}(\vec{r}')$ die folgende Form hat:

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{1}{c} \int \frac{\vec{I}(\vec{r}') \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} d\vec{r}' = \frac{I}{c} \int \frac{d\vec{r}' \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3}.$$

- (b) Berechnen Sie damit das Magnetfeld $\vec{B}(z \vec{e}_z)$ für Punkte auf der Symmetrieachse.
(c) Berechnen Sie das magnetische Moment $\vec{m} = \frac{1}{2c} \int d^3r \vec{r} \times \vec{j}(\vec{r})$ für die Leiterschleife. Überlegen Sie dazu, wie $\vec{j}(\vec{r})$ für einen Linienstrom wie in (a) aussieht.
(d) Geben Sie damit näherungsweise das magnetische Feld im ganzen Raum für $|\vec{r}| \gg R$ an.
(e) Überlegen Sie, wie allgemein das Dipolmoment einer beliebigen planaren Schleife gegeben ist, die von einem Strom I durchflossen wird.

[P25] Rotierende geladene Kugel

Wir betrachten eine mit der Ladung Q homogen geladene Hohlkugel mit Radius R . Die Kugel rotiere mit Winkelgeschwindigkeit ω .

- (a) Wie groß ist die Ladung auf dem ringförmigen Flächenstück, das in Kugelkoordinaten r, ϑ, φ durch $r = R$, $\vartheta \in [\vartheta_0, \vartheta_0 + d\vartheta]$ und $\varphi \in [0, 2\pi]$ beschrieben wird? Wie groß ist also der Strom durch das Flächenelement $r \in [R - \epsilon, R + \epsilon]$, $\vartheta \in [\vartheta_0, \vartheta_0 + d\vartheta]$ für beliebiges aber festgehaltenes φ_0 ?
(b) Zeigen Sie, dass Ihr Ergebnis aus (a) konsistent mit der Stromdichte

$$\vec{j}(\vec{r}) = \frac{Q \omega \sin \vartheta}{4\pi R} \delta(r - R) \vec{e}_\varphi$$

ist. *Hinweis:* Für das Flächenelement gilt $d\vec{f} = r dr d\vartheta \vec{e}_\varphi$.

- (c) Zeigen Sie, dass das magnetische Moment in z -Richtung zeigt. Berechnen Sie das magnetische Moment \vec{m} .